

縦の安定性と重心

1. 安定の種類

- 静安定
- 動安定

2. 水平尾翼の役割

2.1 主翼のみの航空機

主翼しか持たない航空機の重心 h まわりに働くピッチングモーメント係数 C_m と揚力係数 C_L の間には，空力中心位置 h_{nw} ，空力中心まわりのモーメント係数 C_{m0} より

$$C_m = C_L(h - h_{nw}) + C_{m0} \quad (1)$$

の関係があった．普通の翼形では $C_{m0} < 0$ であるから，主翼しかない航空機は釣り合い状態 ($C_m = 0$) で静安定 ($C_L > 0$ かつ $dC_m/dC_L < 0$) を保って飛行することができない．

2.2 主翼＋水平尾翼の航空機

水平尾翼を重心の後方に置くことで，頭上げモーメントを発生させる（式(1)で言うところの C_{m0} を正にする）ことで，静安定性を得ることができる．

2.3 主翼＋先尾翼（前翼）の航空機

主翼に先尾翼（前翼，カナード）を組み合わせて，重心を前方に置く．ライトフライヤー号が代表．

2.4 無尾翼機

3次元翼として C_{m0} を正にすればよい．翼に後退角をつけ，捻り下げを与える．



図1 Beechcraft Starship

3. 縦の静安定

3.1 釣り合い速度と迎角の関係

水平定常飛行状態の航空機の安定軸では

$$\frac{1}{2} \rho U_0^2 S C_L = mg \quad (2)$$

が成り立つ。揚力係数 C_L は速度と迎角の関数である。この式から、釣り合い迎角の増分に対する釣り合い速度の増分が次のように求められる。

$$\frac{dU_0}{d\alpha} = -\frac{U_0 C_{L\alpha}}{2C_L + C_{L_u}} \quad (3)$$

3.2 釣り合い状態における揚力係数・モーメント係数と迎角の関係

例えば、昇降舵角を変化させる ($d\delta_e$) ことを想定する。釣り合い状態に必要な揚力係数 C_L の変化量 dC_L とそのときの速度、迎角の変化量 dU_0 、 $d\alpha$ の間には次の関係が成り立つ。

$$dC_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_L}{\partial U_0} dU_0 \quad (4a)$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = C_{L\alpha} + \frac{C_{L_u}}{U_0} \frac{dU_0}{d\alpha} = \frac{2C_L C_{L\alpha}}{2C_L + C_{L_u}} \quad (4b)$$

ここで、 $\partial C_L / \partial \delta_e = -C_{L_{\delta_e}} = 0$ と仮定した。同様に、速度、迎角の変化量 dU_0 、 $d\alpha$ によってもたらされるモーメント係数の変化量 dC_m には以下の関係式が成り立つ。

$$dC_m = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial C_m}{\partial U_0} dU_0 \quad (5a)$$

$$\frac{dC_m}{d\alpha} = C_{m_\alpha} + \frac{C_{m_u}}{U_0} \frac{dU_0}{d\alpha} = \frac{C_{m_\alpha} (2C_L + C_{L_u}) - C_{m_u} C_{L\alpha}}{2C_L + C_{L_u}} \quad (5b)$$

なお、変化後の釣り合い状態を考えているので、 $dC_m + C_{m_{\delta_e}} d\delta_e = 0$ であることに注意。

3.3 縦の静安定

式(4b), (5b)より,

$$\frac{dC_m}{dC_L} = \frac{C_{m_\alpha} (2C_L + C_{L_u}) - C_{m_u} C_{L_\alpha}}{2C_L C_{L_\alpha}} \quad (6)$$

また, 安定微係数 C_{m_α} , C_{L_α} のあいだに

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n) \quad (7a)$$

$$C_{L_\alpha} = a_w \left\{ 1 + \frac{a_t S_t}{a_w S} \left(1 - \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right]_0 \right) \right\} \quad (7b)$$

$$C_{m_\alpha} = a_w \left\{ (h - h_{nw}) - V_h^* \frac{a_t}{a_w} \left(1 - \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right]_0 \right) + V_{fus}^* \frac{2}{a_w} \right\} \quad (7c)$$

$$h_n = h_{nw} + \frac{1}{C_{L_\alpha}} \left\{ a_t \left(1 - \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right]_0 \right) V_h^* - 2V_{fus}^* \right\} \quad (V_h^* = \frac{l'_t S_t}{\bar{c} S} \cong V_h^*) \quad (7d)$$

の関係が成り立つ. これらから, 以下が求められる.

$$\frac{dC_m}{dC_L} = \left(1 + \frac{C_{L_u}}{2C_L} \right) (h - h_n^*) \quad (8a)$$

$$h_n^* = h_n + \frac{C_{m_u}}{2C_L + C_{L_u}} \quad (8b)$$

釣り合い速度が増したとき, 頭上げモーメントが発生すれば, 速度に関して静的に安定である. これを縦の静安定 (速度安定) と呼ぶ. 縦の静安定が存在することは $dC_m/dC_L < 0$ が成り立つことと同じであるが, そのためには, 重心位置が h_n^* より前 ($h < h_n^*$) になければならない. h_n^* は縦安定中正点と呼ばれる. また, $h_n^* - h$ を静安定余裕という.

3.4 迎角静安定

もし C_L や C_m が速度に依存しない ($C_{L_u} = C_{m_u} = 0$) なら $h_n = h_n^*$ になり, 静安定のために $C_{m_\alpha} < 0$ を要求することになる. これを迎角静安定と呼ぶ. 縦安定中正点を h_n と呼ぶ場合もある. $C_{m_\alpha} < 0$ は短周期モードの近似的な特性方程式が振動解となる条件である.

4. 昇降舵角と釣り合い C_L の関係

α を全機の無揚力線から測った迎角とすれば,

$$\begin{aligned} C_m &= (h-h_n)C_{L_\alpha} \alpha + C_{m0} \\ &= (h-h_n)C_L + C_{m0} \end{aligned} \quad (9)$$

が成り立つ。ここで,

$$C_{m0} = (C_{m0})_{\text{wing}} - 2V_{\text{fus}}^* \alpha_{f0} + \frac{V_h^*}{C_{L_\alpha}} \left(a_w + \frac{2V_{\text{fus}}^*}{l'_t S} \right) \left\{ a_t (\varepsilon_0 + i_t) - (C_{L_\delta})_{\text{tail}} \delta_e \right\} \quad (10)$$

であるが, $V_h^* \cong V_h^*$ と近似している。これらから, 操縦桿の押し引きすなわち昇降舵の上げ下げ (δ_e の大小) と釣り合い時 ($C_m = 0$) の C_L の関係がわかる。昇降舵の操舵により釣り合い C_L を変えられるが, 重心を前に持ってくる (h を小さくする) と, 釣り合い C_L の可変動量が狭くなる。これは航空機のマヌーバビリティ (機動性) をも制限する。よって, 重心は前方過ぎてはいけない。